

Exercice sur la fonction affine

Exercice : La fonction affine

Une entreprise facture une prestation de service selon une fonction affine. Le coût total $C(x)$ dépend de la quantité de travail x effectuée (en heures). Les informations suivantes sont fournies :

La prestation comprend un coût fixe de 50 € pour la mise en place des services. Chaque heure de travail est facturée 30 €.

1. Déterminez l'expression de la fonction coût total $C(x)$.
2. Calculez le coût total pour $x = 5$ heures de travail.
3. Si le coût total est de 290 €, combien d'heures de travail ont été effectuées ?
4. Représentez graphiquement la fonction $C(x)$ pour x variant entre 0 et 10 heures.

Corrigé

1. Déterminons l'expression de la fonction coût total $C(x)$

La fonction de coût total $C(x)$ dépend de deux éléments : un coût fixe et un coût qui varie en fonction des heures de travail. Cela signifie que, même sans aucune heure travaillée, il y a déjà un coût de départ.

Pour cette entreprise, le coût fixe est de 50 € et le coût variable, celui qui augmente avec chaque heure de travail, est de 30 € par heure. La formule du coût total s'écrit donc naturellement comme une fonction affine :

$$C(x) = 30x + 50$$

Ici, on peut imaginer que chaque heure travaillée est comme une brique ajoutée au coût total. Ce coût initial de 50 € est fixe, et le prix par heure (30 €) vient s'ajouter en fonction de la quantité de travail effectuée.

2. Calculons le coût total pour 5 heures de travail

En suivant la logique de la formule que nous venons de déterminer, il suffit de remplacer x par 5 dans $C(x)$ pour voir combien coûte 5 heures de travail.

$$C(5) = 30 \times 5 + 50 = 150 + 50 = 200 \text{ €}$$

Ainsi, pour 5 heures de travail, l'entreprise facture un total de 200 €. Ce montant inclut le coût fixe et le coût des heures travaillées.

3. Si le coût total est de 290 €, combien d'heures de travail ont été nécessaires ?

Imaginons maintenant que le coût final payé par un client est de 290 €. Pour savoir combien d'heures de travail cela représente, nous devons résoudre l'équation suivante :

$$30x + 50 = 290$$

Retirer le coût fixe de 50 € nous laisse uniquement avec le coût des heures travaillées. Ainsi, en isolant x :

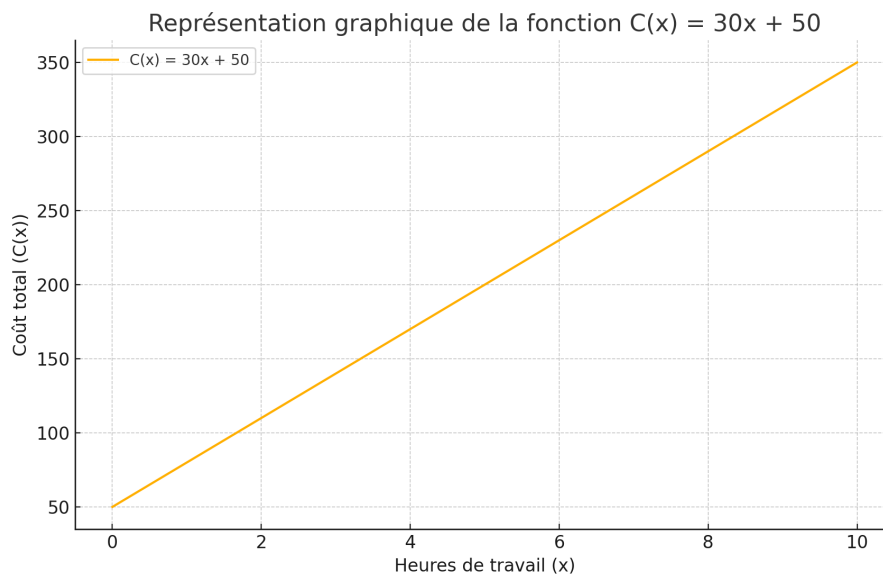
$$30x = 290 - 50 = 240$$

$$x = 240 / 30 = 8$$

Il aura donc fallu 8 heures de travail pour atteindre un coût total de 290 €.

4. Représentation graphique de la fonction $C(x)$ pour x entre 0 et 10 heures

Le graphique de cette fonction affine est une droite. Elle part du point où $x = 0$ (le coût fixe de 50 €) et monte régulièrement, avec une pente qui montre l'augmentation due à chaque heure travaillée.



Conclusion

Cet exercice montre bien comment une fonction affine permet de modéliser des coûts avec une partie fixe et une partie variable. Il aide à comprendre la relation entre le travail fourni et le coût total, tout en illustrant l'intérêt pratique des fonctions affines pour des situations de facturation.